المركز الجامعي مغنية
University Centre of Maghnia

مكتبة معهد العلوم الإقتصادية والتجارية وعلوم التسيير.
المركز الجامعي مغنية

سنة أولى جذع مشترك

دروس في مقياس

الإحصاء 2

التحليل التوافقي:

① أصلي المجموعة: لتكن Ω مجموعة منتهية و n عدد عناصر المجموعة Ω ، يسمى العدد n أصلي المجموعة و نرمز بالرمز:

$$\mathrm{Card}(\Omega) = n$$

مثال: لدينا المجموعة Ω ، حيث: $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

n عدد عناصرها $n = 5$

ومنه: $\mathrm{Card}(\Omega) = 5$

حالة خاصة:

أصلي مجموعة خالية هو 0 ، $\mathrm{Card}(\phi) = 0$

② أصلي إتحاد مجموعتين:

$$\mathrm{Card}(A \cup B) = \mathrm{Card}(A) + \mathrm{Card}(B) - \mathrm{Card}(A \cap B)$$

حالة خاصة:

إذا كان: $A \cap B = \phi$ فإن: $\mathrm{Card}(A \cup B) = \mathrm{Card}(A) + \mathrm{Card}(B)$

③ أصلي متممة مجموعة:

A: مجموعة أصلية ، $\bar{A}$: مجموعة متممة

لدينا: $\Omega = \{a, b, c, d\}$ ، n: عدد عناصر Ω

$A = \{a, b\}$ ، $\bar{A} = \{c, d\}$

$$\mathrm{Card}(A \cap \bar{A}) = 0$$

$$\mathrm{Card}(A \cup \bar{A}) = \mathrm{Card}(\Omega) = n$$

① القائمة :

- وجود تكرار (بسبب الإرجاع)
- الترتيب مهم

n^p

n : عدد عناصر المجموعة

p : عدد عناصر العينة

② الترتيبة :

- عدم وجود تكرار
- الترتيب مهم

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

③ التبديلة :

- وجود تكرار
- الترتيب مهم

$$A_n^n = P_n = n!$$

④ التوفيقة :

أ) توفيقة بدون تكرار :

- عدم وجود تكرار
- ترتيب غير مهم

$$C_n^p = \frac{n!}{p! \times (n-p)!}$$

ب) توفيقة مع تكرار

- وجود تكرار
- ترتيب غير مهم

$$K_n^p = C_{n+p-1}^{n-1} = \frac{(n+p-1)!}{(n-1)! \times p!}$$

بعض خواص التوفيقة

$\forall n \in p \in \mathbb{N}$

$C_n^n = 1$ ، $C_n^0 = 1$ ، $C_n^p = C_n^{n-p}$ مثال $C_{10}^7 = C_{10}^{10-7} = C_{10}^3$

الاحتمالات:

① الحدث: هو عبارة عن مجموعة جزئية (A) من الفراغ الفضائي الاحتمالي Ω

ونكتب: $A \subset \Omega$

---

② الحدث الأكيد: A حدث أكيد إذا كانت نتيجة التجربة حتما ستكون من Ω . $A = \Omega$

③ الحدث المستحيل: A حدث مستحيل إذا كانت نتيجة التجربة حتما لن تكون من Ω . $A = \phi$

④ إتحاد حدثين $(A \cup B)$: إذا كان A و B حدثين من Ω فإن $A \cup B$ تتحقق إذا تحقق A أو تحقق B أو تحققا الحدثين معا

⑤ تقاطع حدثين $(A \cap B)$: A و B حدثين فإن $A \cap B$ يتحقق إذا وفقط إذا تحقق A و B معا.

⑥ الحدثان المتنافيان (المنفصلان): A و B متنافيان أي لا يقعان في آن واحد $A \cap B = \phi$

⑦ الحدثان المستقلان: A و B حدثان مستقلان أي أن وقوع أحدهما لا يؤثر على الآخر

⑧ الحدث المتمم: هناك شرطين: * $A \cup \bar{A} = \Omega$ * $A \cap \bar{A} = \phi$

⑨ فرق حدثين: $A - B = A \cap \bar{B}$

. E(x ±

. E(X.Y

. E(X)^

. V(aX)

. V(x ± y

2

• حساب الاحتمالات :

$$\frac{\text{الحالات الملائمة للحادثة } A}{\text{الحالات الكلية}} = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)}$$

① احتمال الحدث الأكيد :

$$P(\Omega) = \frac{Card(\Omega)}{Card(\Omega)} = 1 \Rightarrow P(\Omega) = 1$$

② احتمال الحدث المستحيل :

$$P(\emptyset) = \frac{P(\emptyset)}{P(\Omega)} = 0 \Rightarrow P(\emptyset) = 0$$

③ احتمال الحدث المتمم : الحدث A بالنسبة لـ Ω

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

④ احتمال تقاطع حادثتين :

$$P(A \cap B) = \frac{Card(A \cap B)}{Card(\Omega)}$$

حالة خاصة :

① - إذا كان A و B حادثتان متنافيتان فإن :

$$P(A \cap B) = \frac{Card(A \cap B)}{Card(\Omega)} = \frac{0}{Card(\Omega)} = 0$$

٧

ج- إذا كان A و B حدثان مستقلان فإن:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

5 احتمال إتحاد حدثين:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

حالات خاصة:

أ- إذا كان A و B حدثان متنافيان فإن:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

ب- إذا كان A و B حدثان مستقلان فإن:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

6 احتمال إتحاد متممتين:

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$

7 احتمال إتحاد 3 أحداث: إذا كان A و B و C ثلاث أحداث كيفية فإن:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - (P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C)) + P(A \cap B \cap C)$$

الاحتمالات الشرطية :

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

خواصه :

1- إذا كان A و B حدثان مستقلان فإن :

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)\cdot P(B)}{P(B)} = P(A)$$

2- إذا كان A و B حدثان متنافيان فإن :

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0}{P(B)} = 0$$

3- إذا كان A و B حدثان متمايزان فإن :

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{0}{P(B)} = 0$$

4- إذا كان A و $\bar{B}$ حدثان متممان فإن :

$$P(A/\bar{B}) = \frac{P(A\cap \bar{B})}{P(\bar{B})}$$

قانون الاحتمال الكلي :

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(B_i)\cdot P(A/B)$$

⑦

- إذا كان الحدث A ناتج من إتحاد أحداث:

$A_1, A_2, \dots\dots, A_n$ وكانت هذه الأحداث متنافية فإن:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + \dots\dots + P(A_n)$$

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

المتغير العشوائي المتقطع:

- يأخذ قيم غير كسرية، لا توجد فواصل بين القيم.

- إذا كان X متغير عشوائي متقطع ويأخذ قيماً تصاعدية، $x_1, x_2, \dots\dots, x_n$ فإن احتمال كل قيمة من هذه القيم يكتب على الشكل:

$$P(X = x_k) = f(x_k)$$

① تابع التوزيع الاحتمالي:

- إذا تحقق الشرطين الآتيين معاً:

$$\begin{cases} 0 \leq P(X = x_i) \leq 1 \\ \sum P(X = x_i) = 1 \end{cases}$$

- إذا كان X متغير عشوائي متقطع فإن احتمال أن يأخذ هذا المتغير قيمة محصورة بين a و b حيث $a < b$.

$$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$

② التوقع الرياضي:

$$E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f(x_i)$$

$$E(x) = x_1 \cdot f(x_1) + \cdots\cdots + x_n \cdot f(x_n)$$

$$E(x) = x_1 \cdot P(x = x_1) + x_2 \cdot P(x = x_2) + \cdots + x_n P(x = x_n)$$

③ التباين

$$V(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

④ الانحراف المعياري:

$$\delta(x) = \sqrt{V(x)}$$

⑤ نتائج

- $E(a) = a$
- $E(ax) = E(a) \cdot E(x) = a \cdot E(x)$
- $E(E(x))$ = توقع التوقع الرياضي

  $E(E(x)) = E(x)$

- $E(x \pm y) = E(x) \pm E(y)$
- $E(x \cdot y) = E(x) \cdot E(y)$
- $E(x)^n \neq [E(x)]^n$
- $V(ax) = a^2 V(x)$
- $V(x \pm y) = V(x) \pm V(y)$

(9)

المتغير العشوائي المستمر:

- يأخذ قيم بشكل مستمر وبدون إنقطاع على مجال معين.
مثل الوزن، الحجم، الزمان، الطول... إلخ

① دالة الكثافة الاحتمالية:

تحقق شرطان:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 & \text{(دوما موجبة)} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 & \text{(مجموع الاحتمالات)} \end{cases}$$

تعطى على الشكل:

$$f(x) = \begin{cases} f(x), & x \in [a, b] \\ 0 & \text{ماعدا ذلك} \end{cases}$$

- لحساب إحتمال أن يقع x بين a و b بحيث a<b:

$$f(a < x < b) = \int_a^b f(x)\,dx$$

② تابع الإحتمالات:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x_i} f(x)\,dx$$

③ التوقع الرياضي:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\,dx$$

④ التباين:

$$V(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

التوزيعات الاحتمالية :

١/ التوزيع الثنائي :

- يستعمل في تلك الظواهر التي نحصل من خلالها على نتيجتين فقط .

① قانون التوزيع الاحتمالي :

$$P(X=x) = C_n^x \cdot p^x \cdot q^{n-x}$$

$$p + q = 1$$

p : النجاح
q : الفشل
n : عدد عناصر العينة

ونكتب $X \underset{}{\overset{\text{يتبع}}{\sim}} B(n, p)$

② التوقع الرياضي :

$$E(X) = n \cdot p$$

③ التباين :

$$V(X) = n \cdot p \cdot q$$

٤/٣ توزيع poisson :

- يستعمل عندما نلاحظ أن تطبيق التوزيع الثنائي يصبح صعبًا عندما يكون حجم العينة كبيرًا جدًا في وقت يكون فيه احتمال نجاح التجربة صغيرًا جدًا.

$$p \to 0$$
$$n \to +\infty$$

① قانون التوزيع الاحتمالي :

$$P(X=x) = \lambda^{x} \cdot \frac{e^{-\lambda}}{x!}$$

λ : متوسط عدد النجاحات

ونكتب :

$$\lambda = n \cdot p$$

$$X \overset{\text{يتبع}}{\leadsto} P(\lambda)$$

② التوقع الرياضي :

$$E(X) = \lambda$$

③ التباين :

$$V(X) = \lambda$$

ـين فقط .

3/ التوزيع الطبيعي:

- هو من أهم التوزيعات المستمرة وأكثرها استعمالاً.

① الدالة الاحتمالية:

$$f(x) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\delta}\right)^2}$$

δ: الإنحراف المعياري

μ: التوقع الرياضي (متوسط التجربة)

$$X \rightsquigarrow N\ (\mu, \delta^2)$$

$$X \rightsquigarrow N\ (\mu, \delta^2)$$

$$T = \frac{X - \mu}{\delta}$$

② التوقع الرياضي

$$E(x) = \mu$$ ← المتوسط

③ التباين:

$$V(x) = \delta^2$$

السداسي الثاني.

نظرية الاحتمالات:

أصل المجموعة: نسمي عناصر المجموعة المنتهية ولتكن (A) أصل المجموعة ونرمز لها $card(A)$

مثال: لتكن المجموعة التالية،

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$card(A) = 7$.

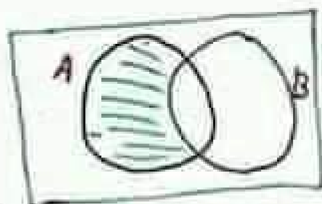
الفرق: نسمي عناصر التي تنتمي إلى (A) ولا تنتمي إلى المجموعة (B) وفرق A و B.

$(A-B)$ أو $(A\backslash B)$

Ω : فضاء العينة والمجموعة الكلية.

$A - B = A \cap \bar{B}$

$B - A = B \cap \bar{A}$



المجموعة الكلية: هي التي تحتوي جميع العناصر،

ويرمز لها: E ، تحتوي على العناصر جميعها.

Ω : في نظرية الاحتمالات [وتدعى بفضاء العينة].

المتمم: تدعى المجموعة ($\bar{A}$) متممة للمجموعة (A)

إذا المتمم يحقق شرطان:

$A \cup \bar{A} = \Omega$

$A \cap \bar{A} = \emptyset$

. بعض القواعد الخاصة .
. بالمجموعات .

① . $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

② $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

③ $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$

④ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$

⑤ $A - B = A \cap \bar{B}$

⑥ $B - A = B \cap \bar{A}$

⑦ $A \cup \Omega = \Omega$

⑧ $A \cap \Omega = A$

⑨ . $\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$

⑩ . $\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$

(⑨ و ⑩ : قانونا مورغان .)

التجربة والحدث .

. التجربة العشوائية : هي كل تجربة تكون نتائجها غير معروفة مسبقا .

- فضاء الحوادث الأولية : هي المجموعة الكلية التي تتكون من جميع النتائج أو جميع المشاهدات الممكنة للتجربة الاحتمالية .

- مفهوم الحدث : هو مجموعة جزئية لفضاء العينة (Ω) .

أنواعه .

. الحدث البسيط : هو غير قابل للتجزئة ونرمز له بالرمز W

- الحدث المركب : هو الحدث الذي يتكون من عدة أحداث بسيطة .

. الحدث المستحيل : هو الحدث الذي لا يتضمن أي حدث أي مرتبط بالتجربة E ونرمز له بـ ∅

- تعريف الاحتمال: يعرف مجموع احتمال وقوع الحدث (A) بأنه الإمكان النسبي لوقوع ذلك الحدث. ونرمز له P(A)

طرق حسابه:
إذا كان لدينا H تمثل عدد الحالات التي لا يقع فيها الحدث A و N هي عدد الحالات الممكنة فإن احتمال تحقق الحدث.

$$P(A) = \frac{\text{عدد الحالات الملائمة}}{\text{عدد الحالات الممكنة}} \quad , \quad P(A) = \frac{H}{N}$$

$$P(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)}$$

الاحتمال الشرطي:
ليكن لدينا احتمال الشرطي، A و B حيث أن $P(B) > 0$ و $P(A)/B$ هو احتمال وقوع الحدث (A) علما أن الحدث (B) قد وقع فعلا وهو ما يسمى بالاحتمال الشرطي: ويحسب بالعلاقة التالية.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

إذا كان: A و B غير مستقلين فإن:

$$P(A \cap B) = P(A/B) \times P(B).$$

إذا كان A و B مستقلين فإن.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

- احتمال شرطيا - إذ علمنا

P - الرقم
F - الوجه.

قواعد:

- من أجل أي حدث A مرتبط بـ E فالاحتمال P(A) يحقق دوما المتراجحة: $0 \leq P(A) \leq 1$ ويكون دوما موجبا. $P(A) > 0$

المتغيرات العشوائية ومميزاتها العددية.

① - المتغير العشوائي المتقطع ومميزاته العددية:

هو المتغير العشوائي الذي يمكن أن يأخذ قيماً صحيحة لا تقبل التجزئة. كأن نقول: عدد السيارات المنتجة.

- نرمز له بالرمز X وله N قيمة ممكنة.

$X = \{x_1, x_2, x_3 \ldots x_n\}$

X_i هي القيمة الممكنة أو الحدث الممكن.

$i = 1, 2, 3 \ldots N$.

لكل قيمة ممكنة إحتمال معين

$P_i = P(x = X_i)$

$P_i = p(x = X_i)$

② - التوزيع الإحتمالي.

X	x_1	x_2	… … …	x_k	$\sum P(x = X_i)$
$P(X = x_i)$	P_1	P_2		P_k	1

ملاحظة: التوزيع الإحتمالي لمتغير عشوائي يكون على شكل جدول ويحقق الشرطين التاليين.

$\boxed{\sum P(x = x_i) = 1}$ و $\boxed{P_i \geq 0}$

Younes

حالة 3: عدد التباديل لـ N من الأشياء منها N_1 من نوع ... N_k مختلفة هو:

$$P_N = \frac{N!}{N_1! \cdot N_2! \ldots N_k!}$$

مثال: ما هو عدد:

STATISTICS

S = 3
T = 3
A = 1
I = 2
C = 1

$$P_{10} = \frac{10!}{3! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 1!}$$

واصل الحساب.

حالة 4: إذا كان التكرار مسموحا به فإن:

$$P_N = (N)^N$$

مثال: عدد الكلمات إذا كان التكرار مسموح.

ALGERIS.

$$P_7 = (7)^7 = 823543.$$

② - الترتيب:

يقصد بالترتيب إعداد تبديلات لمجموعة جزئية K عنصر من المجموعة الكلية N عنصر مع أهمية الترتيب إضافة لـ: $N \geq K$ ويمكننا تمييز حالتين:

- ترتيب بدون إرجاع:

$$A_N^K = \frac{N!}{(N-K)!}$$

مثال على ذلك : مثلا بكم طريقة يمكن اختيار 3 طلبة من أصل 25 طالبة . لتمثيل الجوائز.

$$A_{25}^{3} = \frac{25!}{(25-3)!}$$

• ترتيب بإرجاع:

$$AR_N^K = (N)^K$$

مثال على ذلك : يحتوي حافظ للأرشيف على 20 نسخة لقد تم سحب 3 رخص من بين المجموع ما هو العينات التي يمكن تشكيلها إذا كان السحب بالإعادة .

$$AR_{20}^{3} = (20)^3$$

التوافقية: C_N^K تمثل عدد الطرق الممكنة لاختيار K عنصر من مجموعة ذات N عنصر دون أهمية للترتيب وتحسب بالعلاقة التالية.

• في حالة عدم وجود تكرار:

$$C_N^K = \frac{N!}{K!\,(N-K)!}$$

• في حالة عدم وجود تكرار.

$$C_{(N+K-1)}^{K} = \frac{(N+K-1)!}{K!\cdot(N-1)!}$$

الاحتمال الكلي .

$$P(A) = \sum_{i}^{N} P(B_i) \cdot P(A/B_i)$$

ومنه

$$P(A) = P(B_1)P(A/B_1) + P(B_2)P(A/B_2) + \dots + P(B_n)P(A/B_n)$$

تابع الاحتمال .

التحليل التوافقي :

① - التباديل: يقصد بها ترتيب عناصر المجموعة E ذات N عنصر بكل الكيفيات الممكنة ويمكننا تحديد الحالات التالية

حالة 1: عدد التباديل لـ N من الأشياء المختلفة يساوي :

$P_N = N!$. N عاملي .

مثال : بكم طريقة يمكن لـ 5 طلبة أن يجلسوا على 5 مقاعد بشكل مستقيم .

حل

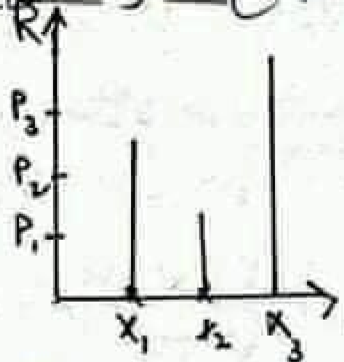
$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

$$\boxed{P_5 = 120}$$

حالة 2 : عدد التباديل لـ N من الأشياء المختلفة مرتبة على شكل دائري تساوي :

$P_N = (N-1)!$

يتم تمثيل المتغير العشوائي المتقطع بيانيا عن طريق أعمدة منفصلة حيث طولها يتناسب مع مقدار احتمال P_i.



ب: دالة التوزيع $F(x)$:

هي دالة عددية نرمز لها ب $F(x)$ وهي معرفة كالتالي:

$$F(x) = P(x \leq x_i)$$

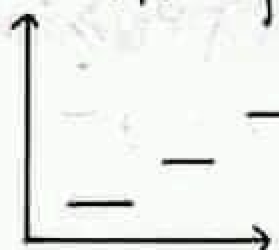
إذا كانت لا تأخذ عدد متناهيا من القيم فإن التوزيع $F(x)$ يمكن كتابتها كما يلي:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x < x_1 \\ f(x_1) & x_1 < x < x_2 \\ f(x_1) + f(x_2) & x_2 < x < x_3 \\ f(x_1) + f(x_2) \dots + f(x_n) & x < x_n \end{cases}$$

وتعطى دالة التوزيع في الجدول كالتالي:

x	x_1	x_2	x_3
	P_1	P_1+P_2	$P_1+P_2+P_3$

أما التمثيل البياني:



خواص:

- احتمالات تجميعية.
- دالة تصاعدية.
- أكبر قيمة في الجدول يقابلها احتمال 1.

% / العزوم :

* العزوم الابتدائية. $M_s(x) = \sum_{i=0} x_i^s \cdot P(x=x_i)$. ← درجة العزم.

* العزوم المركزية :

$$N_s(x) = \sum (x_i - E(x_i))^s \cdot P(x=x_i).$$

$$V(x) = M_2(x) - [E(x)]^2$$

- المميزات العددية :

① - التوزيع الرياضي $E(x)$ ويعطى بالعلاقة التالية.

$$E(x) = \sum_{i=1}^{N} x_i \; P(x=x_i)$$

$$E(x) = x_1 P(x=x_1) + x_2 P(x=x_2) + \dots x_N P(x=x_N).$$

خواصها.

إذا كان c عدد ثابت..

- $E(c) = c$
- $E(c+x) = c + E(x)$
- $E(cx) = c\,E(x)$
- $E(E(x)) = E(x)$

خواص التباين.

$$V(c) = 0$$
$$V(c+x) = V(x)$$
$$V(cx) = c^2 V(x)$$

التباين.

$$V(x) = M_2(x) - (E(x))^2$$

$M_2(x)$ هو العزم الابتدائي من الدرجة (2).

$M_2(x) = \sum_{i=1} x_i^2 \,(P(x=x_i))$ / الانحراف المعياري. $S_x = \sqrt{V(x)}$

2 - المتغير العشوائي المستمر:

يعرف هذا المتغير في مجال مالانهاية من القيم الممكنة وتعطى دالة كثافة الاحتمالية كالشكل الآتي.

$$f(x) = \begin{cases} f(x) & x \in [a.b[\\ 0 & x \in [a.b[\end{cases}$$

لكي تكون الدالة $f(x)$ دالة كثافة احتمالية يجب تحقق الشرطين التاليين:

- $\int_a^b f(x)\,dx = 1$
- $f(x) \geq 0.$

دالة التوزيع: تعطى بالعلاقة التالية.

دالة التوزيع هي الدالة الأصلية لـ $f(x)$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx$$

$$[F(x)]' = f(x).$$

المميزات العددية:

- التوقع الرياضي: $E(x)$

$$E(x) = \int x f(x)\,dx.$$

التباين.

$$V(x) = \int [x - E(x)]^2 f(x)\,dx$$

$$V(x) = M_2(x) - (E(x))^2$$

$$M_2(x) = \int x^2 \cdot f(x)\,dx.$$

الخواص الأساسية في نظرية الاحتمال

قاعدة الجمع في نظرية الإحتمال

قاعدة الجمع للأحداث المتنافية

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

قاعدة الجمع للأحداث غير المتنافية

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

نظرية بايز

$$P(B_i/A) = \frac{P(B_i).P(A/B_i)}{\sum P(B_i).P(A/B_i)}$$

قاعدة الضرب في نظرية الاحتمال

قاعدة الضرب للأحداث المستقلة

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

قاعدة الضرب للأحداث المرتبطة (الاحتمال الشرطي)

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

أو

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

1- فِي حالة اختيار جزء من الكل:

1-1- إذا كان الترتيب غير مهم: التوفيقات *Les Combinaisons*:

أ- التوفيقة بدون تكرار: $C_n^x = \frac{n!}{x!(n-x)!}$

ب- التوفيقة بتكرار: $C_{n+x-1}^x = \frac{(n+x-1)!}{x!(n-1)!}$

1-2- إذا كان الترتيب مهم: التراتيب *Les Arrangements*

أ- الترتيبة بدون تكرار: $A_n^x = \frac{n!}{(n-x)!}$

ب- الترتيبة بتكرار: $A_n^x = n^x$

2- في حالة اختيار كل من الكل: التبديلات *Les Permutations*

أ- التبديلة بدون تكرار: *PSR*

$$P_n = (n)(n-1)(n-2) \ldots \ldots (1) = n!$$

ب- التبديلة بتكرار: *PAR*

$$A_n^n = n^n$$

ج- التبديلة الدائرية:

$$P_{(n-1)} = (n-1)!$$

د- وجود عناصر غير متميزة داخل المجموعة:

$$P_n^{n_1, n_2, \ldots, n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! \ldots \ldots n_k!}$$